

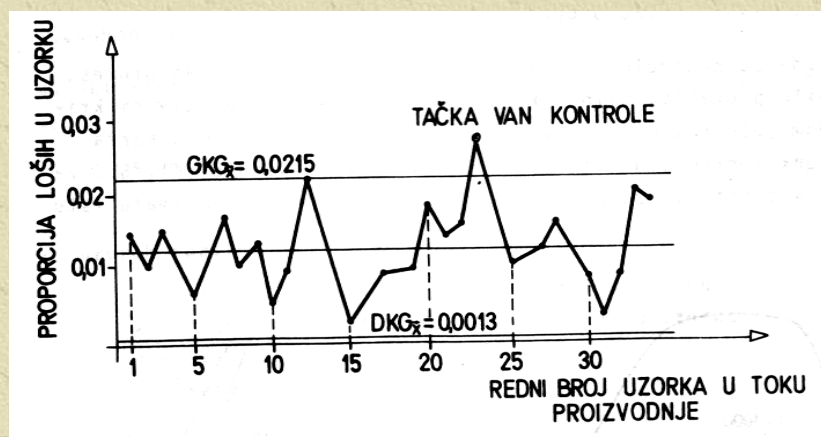
5. KONTROLNE KARTE

5.1. OPŠTA TEORIJA KONTROLNIH KARATA

Prve primene statističkih metoda u kontroli kvaliteta uveo je Malter A. Shewhart (Šjuhart) iz "Ben Telephone Laboratories". U memorandumu izdatom 1924. god. Shewhart je dao prvu modernu "Kontrolnu kartu", a druga dvojica iz iste kompanije, počevši od 1928. godine H.F. Dodge (Dodž) i H.G. Romig (Romig) razvili su primenu statističke teorije kod kontrole uzorkovanjem, izdavanjem poznatih i mnogo korišćenih Dodge-Romig Sampling Inspection Tables (Dodž-Romig Tabele za kontrolu uzorkovanjem).

Kontrolne karte predstavljaju grafikon kod koga se na apscisu nanosi vreme odvijanja obradnog procesa, a na ordinatu vrednosti karakteristike kvaliteta. Ovo sačinjava mrežu horizontalnih i vertikalnih linija u koju se unose izmerene veličine (slika sledećem slajdu). Na taj način se dobija vremenska slika procesa koji pratimo.

5. KONTROLNE KARTE

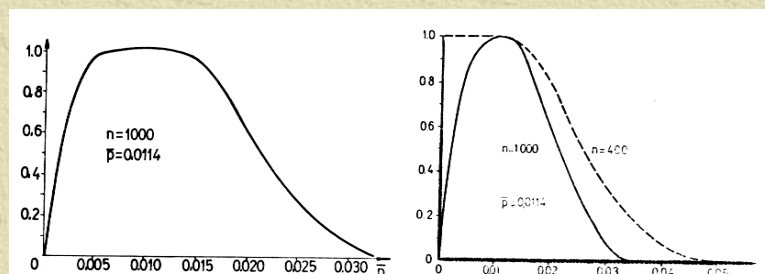


5. KONTROLNE KARTE

- * Svaka kontrolna karta ima ucrtane kontrolne granice koje predstavljaju granice regulisanja, odnosno upravljanja i centralnu liniju, koja se dobija izračunavanjem srednje aritmetičke sredine izmerenih vrednosti uzoraka. Ako se merene vrednosti nalaze u okviru kontrolnih granica, onda je proces pod kontrolom, u suprotnom je izvan kontrole.
- * Treba napomenuti da stepen korisnosti od kontrolnih karata zavisi od korektno izabrane tehnike za svaku posebnu situaciju. Potrebno je zato uzeti u obzir specifičnosti svakog tehnološkog i obradnog procesa. Tako imamo procese koji koriste tehnike adaptivne kontrole, zatim procese bez i sa trendom. Kod svih je omogućeno predviđanje momenta kada će početi da se proizvodi škarta, a time i otklanjanje uzroka nastajanja škarta, dorade, popravke, što umnogome smanjuje cenu proizvoda. Ovakvo prikupljanje podataka korisno je i za proizvode dobijene od kooperanata, odnosno kada je obradni proces završen. Proizvodjač gotove opreme pojavljuje se tada kao potrošač sirovog materijala ili podsklopova, zatim standardnih elemenata i slično. Međutim, kontrolne karte neće dati efekte za mali vremenski period ili za mali broj proizvedenih delova. Kontrolne karte mogu dati naučno vrednovane podatke samo za kontinualnu serijsku proizvodnju, odnosno u slučaju kontrole gotovih proizvoda, ako je u pitanju isti isporučilac u dužem vremenskom periodu.

5. KONTROLNE KARTE

- * Kada se kontrolna karta koristi da bi se vrednovao proces, bilo protekli, bilo tekući, povezuje se sa operativnom krivom (OC-krivom). Ova kriva pokazuje kako kontrolna karta funkcioniše pod različitim uslovima proizvodnje (na slici za $n=\text{const.}$ i za $n \neq \text{const.}$). Obe krive imaju istu centralnu liniju.



5. KONTROLNE KARTE

5.1.1. ODNOS IZMEDJU UZORKA I MASE. KONTROLNE GRANICE

Promene koje se dešavaju u toku obradnog procesa izazivaju promene karakteristika kvaliteta koje se mere u nekom vremenskom periodu na uzorcima koji reprezentuju masu proizvoda. Saznanja o ponašanju slučajnih varijacija merenih vrednosti ili atributa predstavlja osnovu na kojoj se zasniva teorija kontrolnih karata. Posle određenog vremenskog perioda i dovoljnog broja pregledanih uzoraka, donosi se odluka o karakteristikama kvaliteta same mase proizvoda, koristeći se matematičkom statistikom. Pri tome vrednosti u uzorku i odgovarajuće vrednosti u masi (srednja aritmetička sredina, rasipanje, proporcija loših) nalaze se u nekom medjusobno zavisnom odnosu.

5. KONTROLNE KARTE

Karakteristike raspodele frekvencija za masu obeležavaju se sa:

x_o - srednja vrednost

σ_o - standardna devijacija mase.

Za uzorak razlikujemo sledeće vrednosti:

x - izmerena vrednost jednog komada u uzorku

\bar{x} - srednja vrednost merenih veličina u uzorku

σ - standardna devijacija uzorka

R - raspon uzorka.

Za niz uzoraka imamo:

- karakteristiku srednje vrednosti

gde su:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

$\bar{\bar{x}}$ - srednja vrednost svih k-uzoraka

\bar{x}_1, \dots - srednja vrednost 1-og ... k-tog uzorka

k - broj uzoraka

5. KONTROLNE KARTE

- karakteristika rasipanja:

gde su:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_k}{k} \qquad \bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

σ_0 - srednja vrednost standardne devijacije svih uzoraka

$\sigma_0, \dots, \sigma_0$ - standardna devijacija pojedinih uzoraka od 1...k

\bar{R} - srednja vrednost raspona svih uzoraka

R_1, \dots, R_k - rasponi pojedinih uzoraka od 1...k

Pri tome, standardna greška aritmetičke sredine svih uzoraka data je izrazom:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \text{ - kada masa } N \rightarrow \infty, \text{ ili } \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}})^2 + (\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}})^2 + \dots + (\bar{x}_k - \bar{\bar{x}})^2}{k}}$$

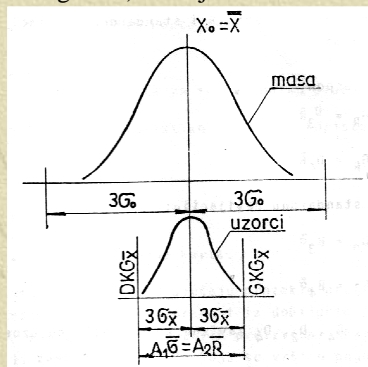
gde je:

n - broj jedinica proizvoda u uzorku.

5. KONTROLNE KARTE

Grafički prikaz odnosa između veličina koje karakterišu masu (x_0, σ_0) i zorak (n), dat je na slici.

Područje ± 3 koje obuhvata 99,73% svih izmerenih vrednosti x u uzorku ako za merene vrednosti važi normalna raspodela, predstavlja tada kontrolne granice, i to DKG- donja kontrolna granica i GKG- gornja kontrolna granica standardnih devijacija (standardne greške) srednjih vrednosti uzoraka.



5. KONTROLNE KARTE

Nadalje imaćemo sledeće matematičke odnose:

$$\text{gde su } \bar{R} = d_2 \sigma_0 \quad \bar{\sigma} = C_2 \sigma_0 \quad 3\sigma_{\bar{x}} = A_1 \bar{\sigma} \quad 3\sigma_{\bar{x}} = A_2 \bar{R}$$

d_2, C_2, A_1, A_2 -vrednosti koje zavise od veličine uzorka ($n \leq 25$) date su u prilogu (tabela VII)

Kontrolne granice se mogu izračunati na dva načina:

- snimanjem procesa i izračunavanjem iz izmerenih vrednosti prirodne kontrolne granice, koje se upoređuju sa propisanom tolerancijom,
- izračunavanjem kontrolnih granica iz standarda (zadane tolerancije), koje se ucrtaju u kartu, a onda prate merene vrednosti da li su u granicama ili ne.

Kontrolne granice za raspon R i standardnu devijaciju σ , date su izrazima:

• za raspon: $DKG_R = D_3 \bar{R} \qquad GKG_R = D_4 \bar{R}$

• za standardnu devijaciju: $DKG_\sigma = B_3 \bar{\sigma} \qquad GKG_\sigma = B_4 \bar{\sigma}$

Vrednosti B_3, B_4, D_3, D_4 zavise od veličine uzorka, za $n \leq 25$.

5. KONTROLNE KARTE

5.1.2. PODELA KONTROLNIH KARATA

Kontrolne karte se mogu podeliti po različitim osnovama. Tako se kontrolne karte mogu koristiti:

- za tekuću proizvodnju,
- za proteklu proizvodnju.

Za tekuću proizvodnju koriste se karte pomoću kojih se ocenjuje stabilnost i tačnost proizvodnog procesa, odnosno, da li je proces pod kontrolom ili nije. U ovom slučaju se centralna linija može dobiti analizom podataka iz proteklih procesa ili koristeći se zadatom tolerancijom posmatrane karakteristike kvaliteta. Kontrolne granice se takodje mogu izračunati iz podataka ranijih procesa ili preko rasipanja koje se dobija iz date tolerancije. Za tekuću proizvodnju kontrolne karte mogu biti:

- za numeričke karakteristike kvaliteta,
- za atributivne karakteristike kvaliteta.

5. KONTROLNE KARTE

Za numeričke karakteristike kvaliteta imamo sledeće kontrolne karte:

- \bar{X} - karta ili karta mera
- $\bar{x}R$ - karta
- $\bar{x}\sigma$ - karta
- kontrolna karta za individualno praćenje kvaliteta.

Za atributivne karakteristike kvaliteta koriste se:

- p - karta
- np - karta
- c - karta
- u - karta
- zbirna kontrolna karta.

Kod kontrole kvaliteta u slučaju protekle proizvodnje, vrši se sukcesivno uzimanje uzoraka i iz dobijenih podataka se ocenjuju karakteristike gotovih proizvoda. Ako je to međufazna ili završna kontrola koja se vrši u pogonima proizvodjača, onda postoje prethodni podaci o kvalitetu proizvoda dobijenih ispitivanjem kvaliteta u toku procesa, ali ako se radi o prijemnoj kontroli (ulaznoj), kada se prima roba isporučena od kooperanata, onda ovakvi podaci ne postoje.

5. KONTROLNE KARTE

Kontrolne karte, kao i u prethodnom slučaju mogu biti za numeričke i atributivne karakteristike kvaliteta.

Za numeričke karakteristike kvaliteta na gotovim delovima koriste se:

- $\bar{x}\sigma$ - kontrolne karte
- kontrolne karte za individualno praćenje kvaliteta
- statistički izveštaj mera.

Za atributivne karakteristike kvaliteta služi:

- p - kontrolna karta
- n - kontrolna karta
- u - kontrolna karta
- c - kontrolna karta
- zbirna kontrolna karta.

5. KONTROLNE KARTE

5.2. ANALIZA STABILNOSTI I TAČNOSTI PROCESA POMOĆU KONTROLNIH KARATA

Kada je kontrolna karta završena, sa ucrtanom centralnom linijom (CL) i granicama (DKG/GKG), može se prići analizi stabilnosti procesa. Tada imamo sledeće slučajeve:

- Sve tačke su unutar kontrolnih granica, simerično naizmenično rasporedjene oko (CL). Proces je stabilan.
- Sve tačke su unutar kontrolnih granica, ali su tačke rasporedjene većinom u nizu iznad ili ispod (CL). Treba videti zašto je nastao ovaj pomak.
- Jedna (ili dve) tačke nalaze se izvan kontrolnih granica. U ovom slučaju pojedinačna tačk se izbacuje, a proračun (CL) i (KG) se vrši ponovo, bez nje. Ako se tada nijedna tačka ne nalazi van KG, proces je pod kontrolom. Ako neke tačke izlaze izvan novih KG, proces nije pod kontrolom.
- Više tačaka je izvan KG. Proces je nestabilan.

5. KONTROLNE KARTE

Posle ocene stabilnosti obradnog procesa, vrši se analiza tačnosti procesa u odnosu na propisanu toleranciju. Pri tome se može razmatrati:

- Rasipanje procesa i
- Položaj srednje vrednosti procesa (\bar{x}) u odnosu na sredinu tolerantnog polja X , odnosno zadanu vrednost iz standarda X .

Za slučaj rasipanja kod procesa bez trenda mogući su sledeći slučajevi (slika na sledećem slajdu):

- Ostvareno rasipanje (T) je jednako dozvoljenom (T),
- Ostvareno rasipanje je uže od dozvoljenog,
- Ostvareno rasipanje je šire od dozvoljenog.

5. KONTROLNE KARTE

U prvom slučaju odnos između T_p i T je:

$$\mu_1 = \frac{T_p}{T} > 1$$

Jedan deo izradjenih delova nalazi se izvan granica tolerancije i izračunava se preko izraza:

$$t = \frac{\bar{x} - x}{\sigma} = \frac{\bar{x} - x}{\sigma_o}$$

gde je:

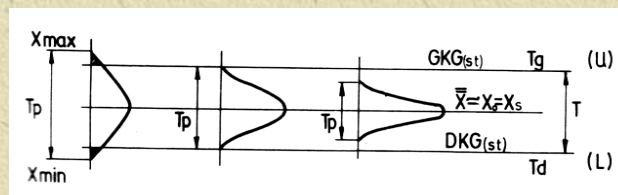
\bar{x} - dozvoljena vrednost, odnosno gornja (T_g) i donja (T_d) vrednost tolerancije (gornja granica tolerancije U , donja granica tolerancije L).

Iz tabele III se tada dobija vrednost $F(t)$, pa je procenat delova van granica tolerancije, za jednu stranu:

$$q = 0,5 = F(t)$$

U drugom slučaju $\mu_1 = 1$, odnosno $T_p = 6 \sigma_o$ pa je broj netačno obradjenih predmeta 0,27%.

5. KONTROLNE KARTE

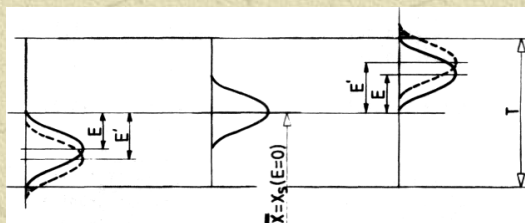


Treći slučaj prikazuje prirodno rasipanje $T_p < T$, pa je koeficijent tačnosti < 1 . Svi radni predmeti su u granicama tačnosti, ali ovde treba analizirati da li je proces preskup za zahtevam kvaliteta.

5. KONTROLNE KARTE

Posle procene odnosa dozvoljenog i ostvarenog rasipanja kod procesa, prilazi se analizi centričnosti procesa. Ovde su mogući sledeći slučajevi (slika):

- Proces je centričan
- Proces je ekscentričan na više
- Proces je ekscentričan na niže.



5. KONTROLNE KARTE

Ekscentričnog procesa iznosi:

$$E = |x - x_s|$$

a sredina tolerantnog polja

$$X_s = \frac{Tg + Td}{2}$$

Koeficijent tačnosti kojim se podešava (reguliše) proces iznosi:

$$\mu_2 = \frac{E}{T}$$

Za slučaj da je ekscentricitet procesa takav da jedan deo obradjenih delova prelazi gornju (ili donju) granicu tolerancije, ekscentričnost E prelazi u kritičnu ekscentričnost E. Raspodete za te slučajeve prikazane su crtkano.

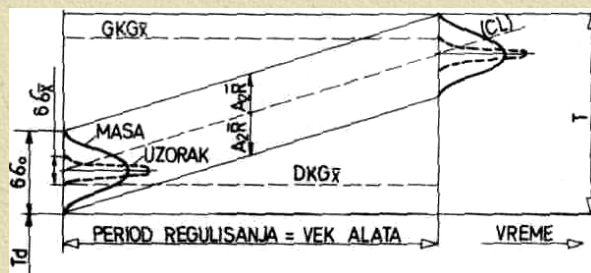
5. KONTROLNE KARTE

Količina netačno obradjenih delova, za slučaj kritične eks-centričnosti iznosi:

$$q = 0,5 - F\left(\frac{Tg - \bar{x}}{\sigma_0}\right) \quad \text{za } , \text{ odnosno za } \quad t = \frac{Td - \bar{x}}{\sigma_0}$$

Procenu stabilnosti i tačnosti procesa sa trendom potrebno je posebno razmatrati. Ovo su procesi kod kojih dolazi do trošenja alata, pa nastaje trend porasta dimenzija (kao što je to slučaj kod obrade struganjem brušenjem, glodanjem i s1.), 'ili' smanjenja dimenzija obratka (kod bušenja, proširivanja, razvrtanja i dr.). Pod ovim uslovima prirodno rasipanje procesa mora biti dosta manje od dozvoljenog rasipanja u bilo kom trenutku obradnog procesa. Na slici (sledeći slajd) prikazana je - karta sa procesom koji ima rastući trend.

5. KONTROLNE KARTE



5. KONTROLNE KARTE

U ovom slučaju (CL) se računa metodom najmanjih kvadrata. Za slučaj kada se ne dozvoljavaju neispravni delovi, onda se sredina mase na početku procesa nalazi na: $Td + 3\sigma_o$, odnosno $Td + 3\sigma_o$ i to predstavlja najniži mogući početni položaj kod regulacije i važi samo za slučaj ako je proces strogo pod kontrolom. Ako je, pak, dokumentacijom dozvoljen izveštaj procesa škarta (dorade), tada je ispravno postavljen početak procesa pri $Td + k\sigma_o$ odnosno $Td + k\frac{R}{d_2}$,

gde k zavisi od z (vrednosti u tabeli za normalnu distribuciju). Kontrolne granice su tada:

$$DKG_x = Td + 3\sigma_o - 3\sigma_x$$

$$GKG_x = Tg - 3\sigma_o + 3\sigma_x$$

5. KONTROLNE KARTE

5.3. VELIČINA UZROKA I UČESTANOST UZIMANJA UZORKA

Razmatranja koja se preduzimaju kod određivanja veličine uzorka polaze od toga da se troškovi kontrole svedu na minimum, uz dovoljnu sigurnost da je uzorak reprezentativan.

Veličina uzorka zavisi i od tipa kontrolne karte. $\bar{X}R$ karta najčešće radi sa uzorcima od 4 ili 5 elemenata, dok $\bar{x}\sigma$ -karte imaju uzorke $n > 15$. Kod karata koje rade sa proporcijom loših, razmatranja mogu da se kreću u dva pravca. Jedan je da uzorak bude toliko veliki, da za p vrlo malo, ipak možemo da naidjemo na loš komad. Drugi pravac je sledeći: pretpostavimo da smo odlučili da kontrolna karta bude takva da ima mogućnost od 0,50 (ili više) da registruje u uzorku porast proporcije loših od recimo 0,05. Ako je prosek proporcije loših $p = 0,07$, tada je u tom uzorku, $p_i = 0,12$. Ako je distribucija normalna imaćemo da je $3\sqrt{p(1-p)/n} = d$, gde d - porast proporcije loših za posmatrani uzorak, odnosno $3\sqrt{0,07(1-0,07)/n} = 0,05$, pa je za taj slučaj $n = 234$.

5. KONTROLNE KARTE

Veličina uzorka, znači n , zavisi od očekivanog kvaliteta serije, pa neki autori preporučuju za $p = (0,01 - 0,06)$ veličinu uzorka od 30-70. Što se tiče učestanosti uzimanja uzoraka, periodi vremena između dva pregleda treba da budu različiti, tj. $T_1 \neq T_2 \neq itd.$ kako bi se obezbedila objektivnost podataka. Orijehtaciona formula za određivanje broja uzorka za posmatrano vreme T_k (jedna smena, jedna sedmica, mesec, itd.).

$$B = \sqrt{Q/n}$$

gde je:

Q - broj komada proizveden u vremenu T_k .

Ako se proračunom dobije decimalni broj, usvaja se prvi sledeći ceo broj, kao broj uzoraka za predviđeni period vremena.

Vreme između dva uzimanja uzorka biće tada:

$$t = \frac{T_k}{B}$$

5. KONTROLNE KARTE

Vreme t predstavlja orijentacionu vrednost, obično se nastoji da vreme ne bude suviše veliko i da se za neku manju vrednost menja od jednog do drugog uzorka, kako na radnika ne bi uticalo saznanje da dolazi kontrola, jer tada uzorak ne bi bio slučajan.

Kod $\bar{x}R$ - karata, gde su uzorci mali, uzima se najčešće $t = (30 \div 60) \text{ min}$, pa se za jednu smenu može izraditi karta. Kod $\bar{x}\sigma$ - karata, p - karata i drugih, jedan uzorak se može uzeti za celu smenu, pa karta prikazuje proizvodnju od recimo, mesec dana.

Preporuke za veličinu uzorka, učestanost uzimanje i način biranja uzorka defimšu JUS A.A2.020-022.

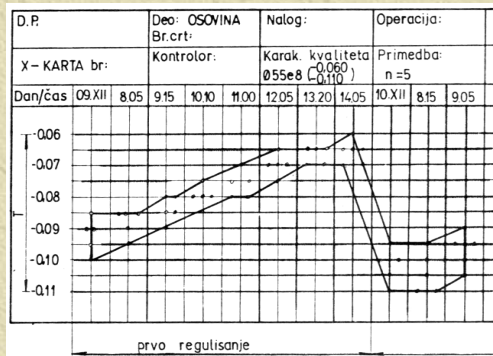
5. KONTROLNE KARTE

5.4. KONTROLNE KARTE ZA NUMERIČKE KARAKTERISTIKE KVALITETA. TEKUĆI PROCES

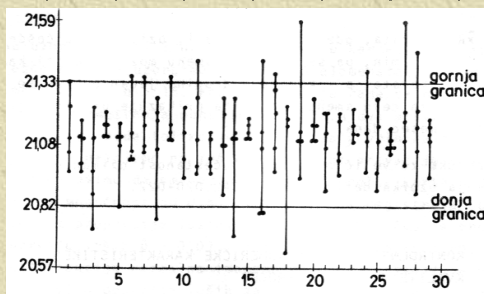
5.4.1. KARTA MERA ILI X-KARTA

Ovo je jednostavna kontrola karta, koja služi za brz uvid u stanje procesa, bez prave statističke obrade podataka.

Definiše se prvo veličina uzorka, zatim učestanost uzimanja uzoraka, pa se izmerene vrednosti svakog pojedinačnog komada unose u kartu na ordinati, a redni broj uzorka obeležava se na apscisi. (slika za proces sa trendom, slika na sledećem slajdu za proces bez trenda).



5. KONTROLNE KARTE



Najveće i najmanje vrednosti mogu se povezati linijom i tako dobiti preglednije informacije o trendu procesa. Kao što se vidi iz dijagrama na predhodnoj slici, trošenje alata povećava dimenziju obratka, pa se približavanjem ka gornjoj granici, javlja potreba za regulisanjem (period: prvo regulisanje), a zatim se opet sve ponavlja.

Druga varijanta korišćenja karte sastoji se u obeležavanju svakog komada u uzorku u prvom merenju brojem 1, u drugom brojem 2 itd. i ubacuje se njihov broj u kartu, kako je prikazano na sledećoj slici.

5. KONTROLNE KARTE

$\phi 55 e 8$	8																			
0,060	8																			
0,065	6	7	7	7	8	8	8													
0,070	5	6	6	6	7	7	8													
0,075	4	5	5	6																
0,080	3	3	4	4	4	5	5													
0,085	1	2	2	2	3	3	4													
0,090	1	2	3																	
0,095	1	2																		
0,100	1																			
0,105																				
0,110																				

Na ovaj način dobijamo odmah i izgled empirijske distribucije za posmatrani period. Na slici sa 17. slajda vidi se jedna bimodalna empirijska distribucija, koja nam je dala informaciju da treba izvršiti drugo regulisanje tako da se prvi komadi dobiju sa nešto manjom dimenzijom nego sto je to bio slučaj u penodu prvog regulisanja, jer je proces ekscentričan u odnosu na sredinu tolerantnog po1ja, i to naviše.

5. KONTROLNE KARTE

5.4.2. - KONTROLNA KARTA

Ovo je kontrolna karta koja se bazira na srednjim vrednostima \bar{X} i rasponima R. Preporučljivo je da se prvo konstruiše R karta, pa ukoliko ona pokazuje da je proces pod kontrolom, može se preći na izradu \bar{X} - karte. Za izradu \bar{X} R -karte potrebno je najmanje 20 uzoraka ($k \geq 20$), da bi statistička analiza mogla da pruži neke informacije o procesu.

Polazi se od pretpostavke da su "izvlačenja uzoraka nezavisna, da su veličine uzoraka jednake u svim izvlačenjima od $(1+k)$, a da se osnovni skup iz kojeg se izvlače uzorci po» vinuje Gauss-ovoj distribuciji.

Procedura izrade karte sastoji se u tome da se izmere vrednosti u uzorku, registruju mere i izvrši izračunavanje srednjih vrednosti raspona svih uzoraka \bar{R} (koja predstavlja centralnu liniju raspona) i centralnu liniju \bar{x} , koja predstavlja srednju vrednost svih srednjih vrednosti uzoraka.

5. KONTROLNE KARTE

Začim se izračunavaju prirodne kontrolne granice koje nam daju sliku stabilnosti procesa i mogućnosti koje proces može da ostvan. Ocena nepoznate standardne devijacije osnovnog skupa može se dobiti iz odnosa:

$$\sigma' = \frac{R}{d_2}$$

Gramca raspona:

$$GKG_R = D_4 \bar{R} \quad DKG_R = D_3 \bar{R}$$

Granice za srednje vrednosti:

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{x} + A_2 \bar{R} \quad DKG_{\bar{x}} = \bar{x} - A_2 \bar{R}$$

5. KONTROLNE KARTE

Vrednosti za A_2, D_3, D_4, d_2 biraju se iz tabele VII (vidi prilog).

Ako se Konstimo tolerancijom (T), koja nam je poznata, kon' trolne granice možemo dobiti za poznatu vrednost mase X_0 .

Pri tome imamo

$$\sigma_0 = \frac{T}{6}, \quad X_0 = \frac{Tg + Td}{2}$$

Kontrolne granice za srednje vrednosti:

$$\frac{G}{D} KG_{\bar{x}} = X_0 \pm A \sigma_0$$

a za raspon:

$$GKG_R = D_2 \sigma_0 \quad DKG_R = D_1 \sigma_0$$

Tg, Td - predstavljaju gornju i donju vrednost tolerancije.

Vrednosti A, Dp D? su funkcije veličine uzorka n i nalaze se u prilogu (tabela VII).

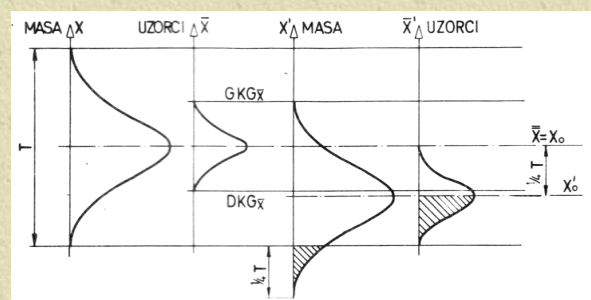
5. KONTROLNE KARTE

5.4.2.1. Osetljivost \bar{X} R kontrolne karte

Zbog raspodele aritmetičkih sredina i njihovih kontrolnih granica koje iz te raspodele proizilaze, kontrolna \bar{X} R karta izuzetno je osetljiva na promene u tehnološkom procesu. Razmotrite se ova osobina na primeru, slika 5.11. Veličina uzorka je $n=5$, uzetog iz stabilnog procesa. Na slici je prikazano stanje A i stanje B, što nastaje ako se proces pod dejstvom sistematskog faktora pomeri za $(1/4)T$ prema donjoj granici tolerancije.

Sa slike se vidi da će 50% aritmetičkih sredina uzoraka preći svoju kontrolnu granicu, a da će prirodno rasipanje procesa imati 6,68% aritmetičkih sredina izvan propisanih granica. Iz ovoga se vidi da aritmetičke sredine uzorka vrlo brzo reaguju na dejstvo sistematskog faktora.

5. KONTROLNE KARTE



5. KONTROLNE KARTE

Primer 5.1. U toku obrade izvesnih delova izvučeno je 20 uzoraka i izvršena je kontrola odstupanja od nominalne mere, Za njih su izračunate vrednosti \bar{x} i R, kako je prikazano u T.5.1. Veličina uzorka je $n = 5$.

Red.br. uzorka	\bar{x}	R	Red.br. uzorka	\bar{x}	R
1	0.832	0.014	11	0.833	0.018
2	0.831	0.008	12	0.829	0.006
3	0.826	0.020	13	0.831	0.016
4	0.833	0.004	14	0.829	0.023
5	0.829	0.013	15	0.832	0.003
6	0.832	0.013	16	0.829	0.025
7	0.834	0.012	17	0.834	0.016
8	0.831	0.020	18	0.827	0.023
9	0.834	0.010	19	0.834	0.025
10	0.830	0.011	20	0.833	0.007

5. KONTROLNE KARTE

1. Izračunavanje centralnih linija

$$\bar{x} = 1/20 \sum_{i=1}^{20} x_i = 0,8312 \qquad \bar{R} = 1/20 \sum_{i=1}^{20} R_i = 0,01435$$

2. Proračun kontrolnih granica

$$GKG_R = D_4 \bar{R} = 2,114 \cdot 0,01435 = 0,03034 \qquad n = 5, D_3 = 0, D_4 = 2,144$$

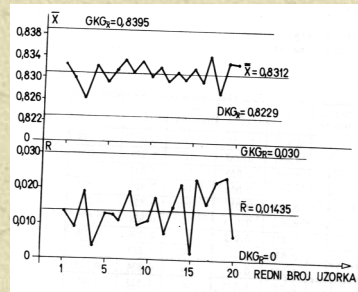
$$DKG_R = D_3 \bar{R} = 0$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_x = \bar{x} \pm A_2 \bar{R} = 0,8312 \pm 0,577 \cdot 0,01435 = \begin{matrix} 0,8395 \\ 0,8229 \end{matrix}$$

(za $n=5, A_2=0,577$)

5. KONTROLNE KARTE

3. Grafička interpretacija - karte \bar{X} R



Sl. 5.12.

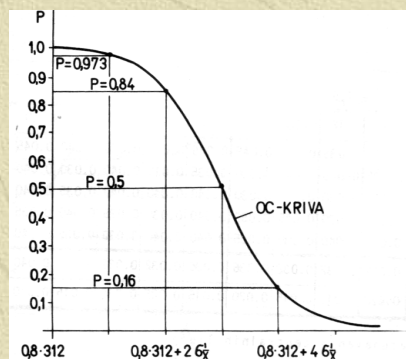
4. Određivanje OC-krive za procenjenu vrednost standardne devijacije $\sigma' = const$. Ako izradimo OC-krivu za \bar{x} - kartu uz pretpostavku da je $\sigma' = const$, imamo:

$$\sigma' = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,1435}{2,326} = 0,06169 [mm]$$

5. KONTROLNE KARTE

Izračunaćemo verovatnoću da će srednje vrednosti uzorka pasti unutar kontrolnih granica i konstruisati OC-krivu za naš slučaj. Tada imamo:

$$\sigma'_x = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} = \frac{0,06169}{\sqrt{5}} = 0,0276$$



5. KONTROLNE KARTE

5. Analiza procesa

Sve tačke se nalaze unutar kontrolnih granica kako za srednje vrednosti, tako i za raspon. Tačke su simetrično rasporedjene oko centralne linije. Zaključak: proces je pod kontrolom.

Primer 5.2. Otvor $\phi 55^{H8^{+0,046}}$ odrađuje se struganjem. U toku obrade izvučeno je 20 uzoraka, sa veličinom uzorka $n = 5$. Izmerene vrednosti, odstupanja od mere prikazane su u tabeli T.5.2. Merenje je vršeno sa tačnošću od $5 \mu m$. Dokumentacija je postavljen zahtev $X_0 = 0,023$.

Red. br. uzorka	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.005	0.015	0.025	0.020	0.010	0.015	0.020	0.020	0.020	0.040
2	0.010	0.020	0.030	0.025	0.030	0.020	0.015	0.010	0.030	0.010
3	0.010	0.020	0.010	0.030	0.045	0.030	0.035	0.025	0.015	0.025
4	0.020	0.025	0.030	0.040	0.025	0.025	0.030	0.020	0.025	0.020
5	0.025	0.015	0.025	0.030	0.050	0.030	0.030	0.035	0.030	0.045
\bar{x}	0.014	0.015	0.024	0.029	0.032	0.024	0.026	0.022	0.024	0.028
R	0.020	0.010	0.020	0.020	0.040	0.015	0.020	0.020	0.015	0.035

5. KONTROLNE KARTE

Red. br. uzorka	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.023	0.035	0.030	0.045	0.025	0.035	0.030	0.040	0.045	0.040
2	0.035	0.025	0.040	0.030	0.035	0.015	0.040	0.030	0.040	0.040
3	0.040	0.030	0.045	0.030	0.040	0.040	0.040	0.035	0.040	0.045
4	0.025	0.030	0.045	0.050	0.040	0.030	0.025	0.040	0.035	0.045
5	0.025	0.040	0.030	0.025	0.040	0.040	0.030	0.035	0.040	0.030
\bar{x}	0.029	0.032	0.038	0.036	0.036	0.032	0.033	0.036	0.040	0.040
R	0.020	0.015	0.015	0.020	0.015	0.025	0.015	0.015	0.010	0.015

1. Izračunavanje centralne linije

$$\bar{x} = 1/20 \sum_{i=1}^{20} x_i = 0,0295$$

$$\bar{R} = 1/20 \sum_{i=1}^{20} R_i = 0,019$$

2. Prirodne kontrolne granice

za raspon

$$GKG_R = D_4 \bar{R} = 2,114 \cdot 0,019 = 0,040$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R} = 0$$

za srednje vrednosti

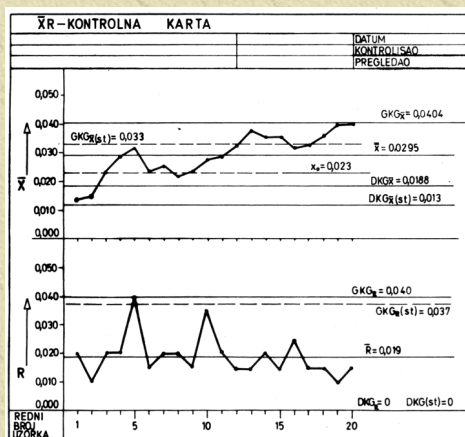
$$G_{KG_x} = \bar{x} \pm A_2 \bar{R} = 0,0295 \pm 0,577 \cdot 0,019 = \begin{matrix} 0,0404 \\ 0,0186 \end{matrix}$$

5. KONTROLNE KARTE

3. Proračun kontrolnih granica iz zadate tolerancije (iz zadatog standarda).

$$G \quad KG_x = x_0 \pm A \sigma_0 = 0,023 \pm 1,342 \cdot 0,0076 = \begin{matrix} 0,033 \\ 0,013 \end{matrix}$$

4. Grafički prikaz



5. KONTROLNE KARTE

$X_0 = 0,023$ (zahtevano dokumentacijom)

$A = 1,342$ (za $n = 5$, iz tabele VII)

$$\sigma_0 = \frac{T}{6} = \frac{0,046}{6} = 0,0076$$

$$GKG_R = D_2 \sigma_0 = 4,918 \cdot 0,0076 = 0,0377$$

$$DKG_R = D_1 \sigma_0 = 0$$

(za $n = 5, D_1 = 0, D_2 = 0,4918$)

5. KONTROLNE KARTE

4. Analiza procesa

Kao što se vidi iz dijagrama za \bar{x} , 1. i 2. uzorak izlaze iz prirodnih kontrolnih granica. Tada se pristupa ponovnom proračunu \bar{x} i KG, ali bez te dve vrednosti i crta se novi dijagram za \bar{x} i R.

Tada je :

$$\bar{x} = 1/18 \sum_{i=1}^{20} x_i = 0,0327$$

$$\bar{R} = 1/18 \sum_{i=1}^{20} R_i = 0,021$$

a prirodne kontrolne granice:

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm A_2 \bar{R} = 0,0327 \pm 0,577 \cdot 0,021 = \begin{matrix} 0,0445 \\ 0,0206 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_R = D_1 \cdot \bar{R} = 2,114 \cdot 0,021 = 0,0444$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R} = 0$$

5. KONTROLNE KARTE

Ako želimo da vidimo koliki procenat proizvoda se nalazi van dozvoljenih granica, izračunaćemo standardnu devijaciju:

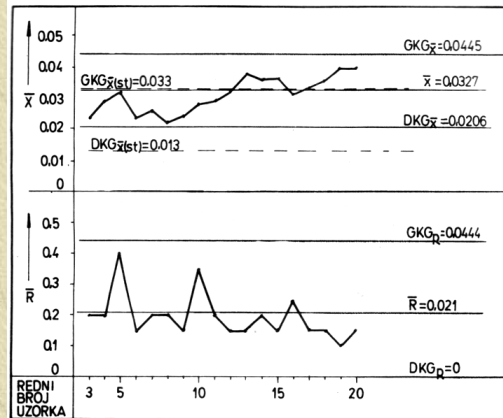
$$\sigma' = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,021}{2,326} = 0,009$$

$$d_2 = 2,326 \text{ (za } n = 5, \text{ iz tabele VII)}$$

$$X_{MAX} = \bar{x} + 3\sigma' = 0,0327 + 3 \cdot 0,009 = 0,0597$$

$$X_{MIN} = \bar{x} - 3\sigma' = 0,0327 - 3 \cdot 0,009 = 0,0057$$

5. KONTROLNE KARTE



Prema dozvoljenim tolerancijam, medjutim imamo:

$$T_g = 0,046$$

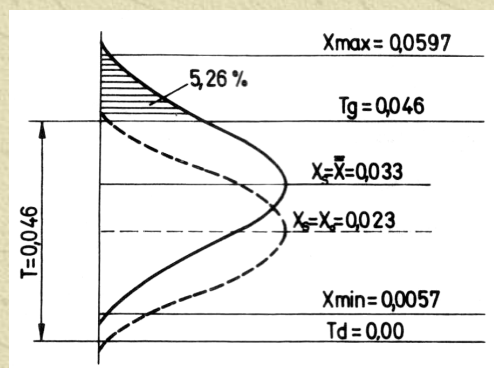
$$T_d = 0,000$$

Grafička iterpretacija data je na sledećem slajdu.

5. KONTROLNE KARTE

Tada je :

$$t_1 = \frac{\bar{x} - x}{\sigma'} = \frac{T_d - \bar{x}}{\sigma'} = \frac{0 - 0,327}{0,009} = 3,63 \quad t_2 = \frac{x - \bar{x}}{\sigma'} = \frac{T_g - \bar{x}}{\sigma'} = \frac{0,046 - 0,327}{0,009} = 1,47$$



5. KONTROLNE KARTE

Iz tabele III dobija se vrednost površine ispod Gaus-ove krive:

$$F(t_1) = 0,518 \quad F(t_2) = 0,4292$$

$$F = F(t_1) + F(t_2) = 0,9474$$

Procenat proizvoda koji ne zadovoljavaju zahtev po dokumentaciji iznosi:

$$1 - 0,9474 = 0,0526$$

Odnosno 5,26% delova su van granica tolerancije. Iz slike 5.16 vidi se, takodje, da je proces pomeren naviše, pa je:

$$\mu_1 = \frac{6\sigma'}{T} = \frac{6 \cdot 0,009}{0,046} = 1,1 \quad E = \bar{x} - x_s$$

$$\mu_2 = \frac{E}{T} = \frac{|\bar{x} - x_s|}{T} = \frac{0,033 - 0,023}{0,046} = 0,217 \quad \mu_{2d} = \frac{1 - \mu_1}{2} = \frac{1 - 1,1}{2} = -0,05$$

5. KONTROLNE KARTE

5.4.3. \bar{x} - KONTROLNA KARTA

Ova karta se koristi kada su uzorci veći, po pravilu više od 15, a to znači da se koristi za male ($n \leq 25$) i velike uzorke ($n > 25$). Koristi se u tehnološkoj operaciji kada se tretira istovremeno veći broj jedinica proizvoda (termička obrada, površinska zaštita).

Rezultati merenja na uzorku (k) - karakteristike

$$\sigma = \frac{\left(x_1 - \bar{x}\right) + \dots + \left(x_k - \bar{x}\right)^2}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{k}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k}$$

5. KONTROLNE KARTE

Da bi se ova karta podvrgla statističkoj analizi treba izvršiti najmanje ($K \geq 15$, posmatranja). Kod ove karte često je veličina uzorka promenljiva $n \neq const.$

1. Izračunavanje centralnih linija:

a) $n = const.$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k} \quad \bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i}{k}$$

b) $n \neq const.$

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad \bar{\sigma} = \frac{n_1 \sigma_1 + \dots + n_k \sigma_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

5. KONTROLNE KARTE

2. Proračun prirodnih kontrolnih granica

-kontrolne granice za \bar{x}

$$n \leq 25$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm A_1 \bar{\sigma}$$

$$n > 25$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

-kontrolne granice za stand. devijaciju (σ)

$$n \leq 25$$

$$GKG_{\sigma} = B_4 \bar{\sigma}$$

$$DKG_{\sigma} = B_3 \bar{\sigma}$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_{\sigma} = \bar{\sigma} \pm 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{2n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

3. Proračun kontrolnih granica iz zadane tolerancije, poznato nam je $x_0; \sigma_0$; odnosno T

$$x_0 = \frac{Tg + Td}{2} \quad \sigma_0 = \frac{T}{6}$$

a) kontrolne granice za \bar{x}

$$n \leq 25$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_x = x_0 \pm A\sigma_0$$

$$n > 25$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_x = x_0 \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

b) kontrolne granice za (σ)

$$n \leq 25$$

$$GKG_\sigma = B_2\sigma_0$$

$$DKG_\sigma = B_1\sigma_0$$

$$n > 25$$

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_\sigma = \sigma_0 \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{2n}}$$

gde se: $A, A_1, B_1, B_2, B_3, B_4$ koeficijenti zavisnosti od n. Dati su u tabeli VII.

5. KONTROLNE KARTE

Primer 5.3 Na jednom proizvodu kontrolišemo dnevne varijacije jedne karakteristike kvalitete sa uzorcima 30, 50, 75 komada, pošto je obim proizvodnje promenljiv. U toku 10 dana registrovano je $x_i \sigma$ što je prikazano u tabeli. Analizirati ovaj prosec ako je standardom propisano $x_0 = 0,20, \sigma_0 = 0,0030$.

Red.br. uzorka	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vel. uzorka n	30	50	50	30	75	75	75	50	50	30
Sr. vred. \bar{x}	0,20133	0,19886	0,20037	0,19965	0,19923	0,19934	0,19984	0,19974	0,20095	0,19937
Stand. dev. σ	0,00330	0,00292	0,00326	0,00358	0,00313	0,00306	0,00299	0,00335	0,00221	0,00397

5. KONTROLNE KARTE

1. Proračun centralnih linija

$$\bar{\sigma} = \frac{n_1 \sigma_1 + n_2 \sigma_2 + \dots + n_{10} \sigma_{10}}{n_1 + \dots + n_{10}} = \frac{1,611}{515} = 0,00313$$

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_{10} \bar{x}_{10}}{n_1 + \dots + n_{10}} = \frac{102,88395}{515} = 0,20000$$

2. Proračun prirodnih kontrolnih granica

- kontrolne granice \bar{x}

$$G_{D \text{ KG}_x} = \bar{x} \pm 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

n = 30

$$GKG_x = 0,2017 \quad DKG_x = 0,19829$$

n = 50

$$GKG_x = 0,20132 \quad DKG_x = 0,19868$$

n = 75

$$GKG_x = 0,20108 \quad DKG_x = 0,19892$$

5. KONTROLNE KARTE

- kontrolne granice za (σ)

$$\frac{G}{D} KG_\sigma = \bar{\sigma} \pm 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{2n}}$$

n = 30

$$GKG_\sigma = 0,00436$$

$$DKG_\sigma = 0,00190$$

n = 50

$$0,004069$$

$$0,002191$$

n = 75

$$0,003895$$

$$0,002365$$

5. KONTROLNE KARTE

3. Proračun kontrolnih granica iz zadatog standarda

- kontrolne granice \bar{x}

$$G_{D} KG_{\bar{x}} = \bar{x}_0 \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

$n = 30$

$$GKG_{\bar{x}} = 0,20104$$

$$DKG_{\bar{x}} = 0,19836$$

$n = 50$

$$GKG_{\bar{x}} = 0,20127$$

$$DKG_{\bar{x}} = 0,19873$$

$n = 75$

$$GKG_{\bar{x}} = 0,20164$$

$$DKG_{\bar{x}} = 0,19896$$

5. KONTROLNE KARTE

-kontrolne granice za σ

$$G_{D} KG_{\sigma} = \sigma_0 \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{2n}}$$

$n = 30$

$$GKG_{\sigma} = 0,00416$$

$$DKG_{\sigma} = 0,00184$$

$n = 50$

$$GKG_{\sigma} = 0,00390$$

$$DKG_{\sigma} = 0,00210$$

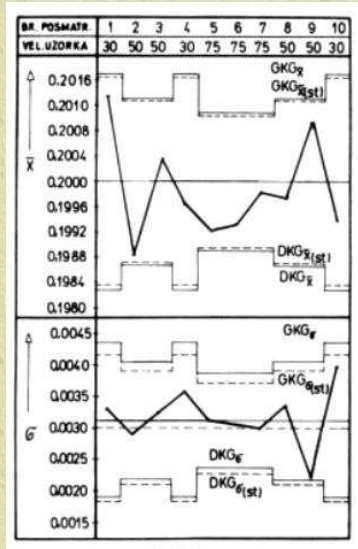
$n = 75$

$$GKG_{\sigma} = 0,00373$$

$$DKG_{\sigma} = 0,00227$$

5. KONTROLNE KARTE

4. Grafička interpretacija kontrolne karte.



5. KONTROLNE KARTE

5. Zaključak za dati proces.

- Proces je stabilan i pod kontrolom, sve tačke su unutar kontrolnih granica,
- Rasipanje je malo veće od dozvoljenog, jer je:

$$\sigma_0 = 0,0030, \bar{\sigma} = 0,00313$$

- Proces je centričan jer je $\bar{x} = 0,2000$
- Distribucija u odnosu na zahtev ima oblik.

Tada je:

$$\bar{\sigma} = C_2 \cdot \sigma'; \quad \sigma' = \frac{\bar{\sigma}}{C_2} = 0,00313 \quad - \text{standardna devijacija procesa}$$

$$C_2 \cong 1; (za, n \geq 50)$$

$$X_{MIN} = \bar{x} - 3\sigma' = 0,200 - 3 \cdot 0,00313 = 0,19061$$

$$X_{MAX} = \bar{x} + 3\sigma' = 0,200 + 3 \cdot 0,00313 = 0,20939$$

5. KONTROLNE KARTE

Vrednosti propisane standardom:

$$Tg \cong 0,200 + 3 \cdot 0,003 = 0,209 \quad Td \cong 0,200 - 3 \cdot 0,003 = 0,191$$

Pa je :

$$t = \frac{Tg - \bar{x}}{\sigma} = \frac{0,209 - 0,200}{0,00313} = 2,87$$

$$F(t) = 0,4979$$

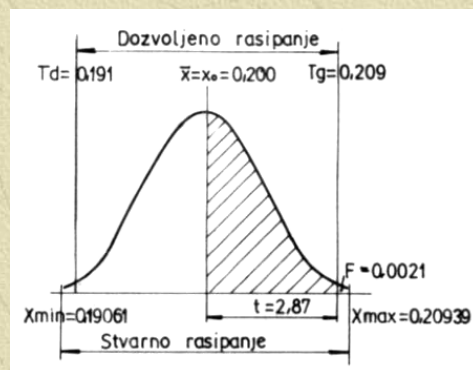
Površina ispod Gaus-ove krive, za jednu polovinu je:

$$F = 0,5 - 0,1646 = 0,0021,$$

pa je procenat delova izvan tolerancijskog polja samo 0,21 %, što znači da je proces proizvodnje zadovoljavajući.

5. KONTROLNE KARTE

Grafička interpretacija data je.



5. KONTROLNE KARTE

5.4.4. KARTA ZA INDIVIDUALNO PRAĆENJE KVALITETA

Ova karta se koristi u hemijskoj, naftnoj, procesnoj industriji i drugde gde je dovoljno izvršiti ispitivanje jedne količine proizvoda, da bi se ocenila cela masa (npr. sokovi, pivo, lakove i boje i dr.). Takođe se koristi i za velike, komplikovane i skupe proizvode, kao što su turbine, generatori, mašine alatke i dr. koje se rade u malim količinama.

Koristi se isti oblik kao i $\bar{X}R$ -karta. Raspon se računa između dva uzastopna ispitivanja, pa se zato zove još i karta sa pomičnim rasponom.

Proračun potrebnih veličina za kartu sastoji se u sledećem:

5. KONTROLNE KARTE

1. Izračunavanje centralne linije

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{K} \quad \bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_{k-1}}{K-1}$$

Raspona ima (k-1), odnosno za jedan manje od izmerenih veličina.

2. Proračun prirodnih kontrolnih granica:

$$G_{\bar{X}} = \bar{x} \pm 2,66\bar{R}$$

$$G_{K_R} = D_4\bar{R}; \quad D_{K_R} = D_3\bar{R}$$

gde su:

D_3, D_4 , vrednosti za $n = 2$.

5. KONTROLNE KARTE

5.5. KONTROLNE KARTE ZA ATRIBUTIVNE KARAKTERISTIKE KVALITETA

Ovde se koriste sledeće kontrolne karte

- p kontrolna karta ($n \neq \text{const}$)
- n_p kontrolna karta ($n = \text{const}$)
- u kontrolna karta ($n \neq \text{const}$)
- c kontrolna karta ($n = \text{const}$).

5.5.1. p - KONTROLNA KARTA

Pomoću ove karte pratimo "proporcije loših", tj. tamo gde razvrstavanje vršimo na "dobar" i "loš".

Centralna linija ove karte je procenjena vrednost proporcije loših procesa, a gornja i donja kontrolna granica je obično -granica. Ako označimo sa p' - proporciju loših procesa koji je pod kontrolom, onda je:

$$\sigma_p' = \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

- proporcija loših:

$$p = \frac{\text{broj loših}}{\text{pregl. količoli}} = \frac{m}{n} \cdot 100\%$$

$m = n \cdot p$ - broj loših

n - veličina uzorka.

Za ove slučajeve koristi se binomna raspodela. -Uzorak treba da je toliko velik da u proseku imamo $m \geq 4$ loših proizvoda. Broj posmatranja treba da bude $k > 15$ da bi se mogla izvršiti statistička analiza.

Uzorak je ili $n = \text{const}$ ili promenljiv, $n \neq \text{const}$.

Loši komadi iz uzoraka n_1, \dots, n_k su $m_1 = n_1 p_1, \dots, m_k = n_k p_k$, i oni se evidentiraju u kontrolnu kartu.

1. Proračun centralne linije: $n \neq \text{const}$.

$$\bar{p} = \frac{m_1 + \dots + m_k}{n_1 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \qquad \bar{p} = \frac{p_1 + \dots + p_k}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{k}$$

5. KONTROLNE KARTE

2. Proračun prrodnih kontrolnih gramca - standardna devijacija

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad ; \text{ gde je } \bar{p} \text{ prosek proporcije loših}$$

$$\frac{G}{D} KG_p = \bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

ako je $\bar{p} < 0,1; (1-\bar{p}) \approx 1$

$$\frac{G}{D} KG_p = \bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}}{n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

Redni broj uzorka (i)	Veličina uzorka (n_i)	Broj loših (n_{pi})	Procenat loših $\frac{n_{pi}}{n_i} \cdot 100(\%)$	$\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$	$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$	$D_{KG_p} (\%)$
1	100	2	2,0	4,2	6,2	
2	110	2	1,8	4,0	6,0	
3	100	1	1,0	4,2	6,2	
4	120	3	2,5	3,8	5,8	
5	150	3	2,0	3,4	5,4	
6	760	10	1,3	1,5	3,5	0,5
7	140	2	1,4	3,6	5,6	
8	135	4	3,0	3,6	5,6	
9	850	17	2,0	1,4	3,4	0,6
10	160	2	1,3	3,3	5,3	
11	125	3	2,4	3,8	5,8	
12	112	2	1,8	4,0	6,0	
13	180	3	1,7	3,1	5,1	
14	750	15	2,0	1,5	3,5	0,5
15	110	3	2,7	2,6	4,6	
16	132	5	3,8	3,7	5,7	
17	110	3	2,7	4,0	6,0	
18	900	20	2,2	1,4	3,4	0,6
19	200	4	2,0	3,0	5,0	
20	750	16	2,1	1,5	3,5	0,5
21	250	3	1,2	2,7	4,7	
22	100	1	1,0	4,2	6,2	
23	125	2	1,6	4,0	6,0	
24	113	3	2,7	4,0	6,0	
25	870	20	2,3	1,4	3,4	0,6
Σ	7452	149	50,5			

Primer 5. 4. Radi kontrole i upravljanja kvalitetom izrade određenih mašinskih delova na viševretenom automatu pomoću p-kontrolne karte kontrolisan je u toku meseca predmetm tehnološki proces putem $k = 25$ uzoraka (svakog dana je iz proizvedenih delova izvlačen jedan uzorak određenog obima n_i .). Rezultati su prikazani u tablici.

5. KONTROLNE KARTE

Algoritam formiranja p - kontrolne karte:

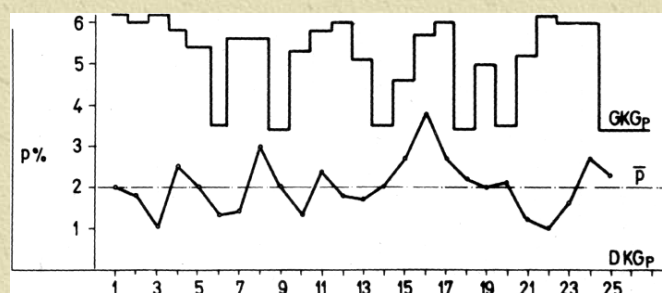
1. korak: Definisane veličine uzorka
2. korak: Unošenje rezultata u tablicu
3. korak: Izračunavanje centralne linije, \bar{p} i kontrolnih granica

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} n_{pi}}{\sum_{i=1}^{25} n_i} = \frac{149}{7452} \cdot 100\% = 2\%$$

$$G_{DKG_p} = \bar{p} \pm 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 2 \pm 3 \sqrt{\frac{2(100-2)}{n_i}} = 2 \pm 3 \sqrt{\frac{196}{n_i}} = 2 \pm 42 \sqrt{\frac{1}{n_i}} = 2 \pm 42 \frac{1}{\sqrt{n_i}}$$

4. korak: Operativno formiranje kontrolne karte, upisuju se neophodni podaci i ucrtavaju se \bar{p} ; G_{DKG_p} i D_{DKG_p} .

5. KONTROLNE KARTE



5. korak: Analiza formirane p-kontrolne karte. Proces je pod kontrolom.
6. korak: Dalja i direktna kontrola i upravljanje kvalitetom proizvodnje.

5. KONTROLNE KARTE

5.5.2. n_p - KONTROLNA KARTA

Pomoću ove kontrolne karte pratimo broj loših proizvoda. Uslov je da je $n = \text{const}$.

1. Centralna linija

$$\bar{n}_p = \frac{n_{p1} + \dots + n_{pk}}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_{pi}}{k}$$

2. Proračun kontrolnih granica

$$\begin{aligned} G_{KG_{np}} &= \bar{n}_p \pm 3\sqrt{\bar{n}_p(1-\bar{p})} & \bar{p} &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i \\ D_{KG_{np}} & & & \end{aligned}$$

ako je $\bar{p} < 0,1, (1-\bar{p}) \cong 1$

$$\begin{aligned} G_{KG_{np}} &= \bar{n}_p \pm 3\sqrt{\bar{n}_p} \\ D_{KG_{np}} & \end{aligned}$$

5. KONTROLNE KARTE

Primer 5.5. U toku proizvodnje otkovaka, vršilo se u toku mesec dana ispitivanje 25 uzoraka. Rezultati su dati u tablici na sledećem slajdu.

Izračunati osnovne elemente ove kontrolne karte.

1. Centralna linija

$$\bar{n}_p = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_{pi} = \frac{1}{25} 75 = 3 \text{ kom.}$$

2. kontrolne gramce

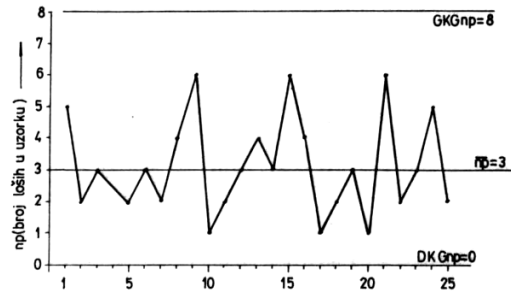
$$\bar{p} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_i = \frac{1}{25} 0,75 = 0,03$$

$$\begin{aligned} G_{KG_{np}} &= \bar{n}_p \pm 3\sqrt{\bar{n}_p(1-\bar{p})} = 3 \pm 3\sqrt{3(1-0,03)} \\ D_{KG_{np}} & \end{aligned}$$

$$G_{KG_{np}} = 8,00 \quad D_{KG_{np}} = -2,00 \rightarrow 0$$

5. KONTROLNE KARTE

Red. broj uzor. (i)	Ve ličina uzorka (n _i)	Broj lo- ših (n _{pi})	Proiz. def. $p_i = \frac{n_{pi}}{n_i}$
1	100	5	0,05
2	100	2	0,02
3	100	3	0,03
4	100	0	0,00
5	100	2	0,02
6	100	3	0,03
7	100	2	0,02
8	100	4	0,04
9	100	6	0,06
10	100	1	0,01
11	100	2	0,02
12	100	3	0,03
13	100	4	0,04
14	100	3	0,03
15	100	6	0,06
16	100	4	0,04
17	100	1	0,01
18	100	2	0,02
19	100	3	0,03
20	100	1	0,01
21	100	6	0,06
22	100	2	0,02
23	100	3	0,03
24	100	5	0,05
25	100	2	0,02
	2500	75	0,75



5. KONTROLNE KARTE

5.5.3. u KONTROLNA KARTA

U mnogim slučajevima je neophodno raditi sa brojem grešaka, defekata po jedinici površine, dužine, satne proizvodnje i sl.

Tada se koristi kontrolna karta za praćenje defekata u proizvodnji:

- tkanina, papira, stakla, vune,
- galvanizacijom, bojenjem, lakiranjem,
- elektnčmh kablova, žica,
- zavarenih, zalemljenih spojeva,
- zavarenih konstrukcija ili zakovaka i
- velikih odlivaka.

"u" predstavlja broj grešaka po jedinici proizvoda

"C" - broj grešaka, defekata

$$u = \frac{\text{broj.grešaka, defekata}}{\text{pregledana.količoli}} = \frac{C}{n}$$

5. KONTROLNE KARTE

1. Proračun centralne linije

$n \neq \text{const.}$

$$\bar{u} = \frac{C_1 + C_2 + \dots + C_k}{n_1 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k C_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

$n = \text{const.}$

$$\bar{u} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_k}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k u_i$$

2. Proračun kontrolnih gramca:

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG_u = \bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

5. KONTROLNE KARTE

K	n	C	u
1	10	36	3,60
2	10	19	1,90
3	20	38	1,90
4	12	30	2,50
5	12	18	1,50
6	12	40	3,30
7	20	48	2,40
8	20	39	1,95
9	20	51	2,55
10	20	28	1,40
11	12	23	1,91
12	12	27	2,25
13	12	25	2,08
14	12	31	2,58
15	12	35	2,91
	216	488	

Primer 5.6. Ritam proizvodnje otkovka radilice motora varira, pa varira i veličina uzorka. Defekti su sledeći

5. KONTROLNE KARTE

1. Proračun centralne linije:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{15} C_i}{\sum_{i=1}^{15} n_i} = \frac{488}{216} = 2,25$$

2. Proračun prirodnih kontrolnih granica. Izračunavaju se za svaku vrednost n

- n = 10 (redni broj uzorka: 1,2)

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = \bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 2,25 \pm 3\sqrt{\frac{2,25}{10}} = 2,25 \pm 1,425$$

$$GKG = 3,675 \quad DKG = 0,825$$

- n = 20 (redni broj uzorka: 3,7,8,9,10)

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = 2,25 \pm 3\sqrt{\frac{2,25}{20}} = 2,25 \pm 1,02$$

$$GKG = 3,27 \quad DKG = 1,23$$

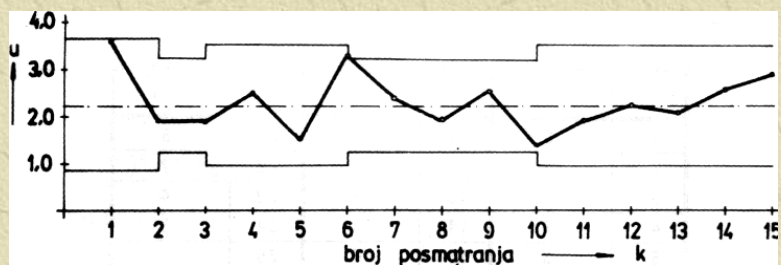
5. KONTROLNE KARTE

- n = 12 (4,5,6,11,12,13,14,15)

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = \bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 2,25 \pm 3\sqrt{\frac{2,25}{12}} = 2,25 \pm 1,30$$

$$GKG = 3,55 \quad DKG = 0,95$$

3. Operativno formiranje (konstruisanje) u-karte (sl.).



5. KONTROLNE KARTE

4. Analiza procesa

Proces je pod kontrolom.

U zaglavlje karte unose se neophodni podaci o fabriki i procesu, kao i kod prethodnih karata za numeričke karakteristike kvaliteta

5. KONTROLNE KARTE

5.5.4. C- KONTROLNA KARTA

Kod C-karte veličina uzorka je $n = \text{const}$.

1. Proračun centralne linije

$$\bar{C} = \frac{C_1 + \dots + C_k}{K} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^k C_i$$

2. Proračun prirodni kontrolnih granica

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = \bar{C} \pm 3\sqrt{\bar{C}}$$

Primer 5.7. Broj defekata iz 25 serija pregledanih rolni hartije, dužine po 10 m, dat je u tabeli. Analizirati proces proizvodnje, ako se toleriše $1,1 = u_0$ greške po rolni u proseku. Veličine uzorka $n = 5$.

5. KONTROLNE KARTE

i	C _i	i	C _i	i	C _i
1	2	11	3	21	5
2	4	12	7	22	7
3	5	13	2	23	4
4	7	14	5	24	3
5	3	15	6	25	5
6	5	16	3		
7	4	17	2		
8	2	18	4		
9	5	19	6		
10	6	20	5		
				$\sum_{i=1}^{25} C_i = 110$	

1. Proračun centralne linije

$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = \bar{C} \pm 3\sqrt{\bar{C}} = 4,4 \pm 3\sqrt{4,4} = \begin{matrix} 10,7 \\ -1,9 \rightarrow 0 \end{matrix}$$

2. Proračun prirodnih kontrolnih gramca

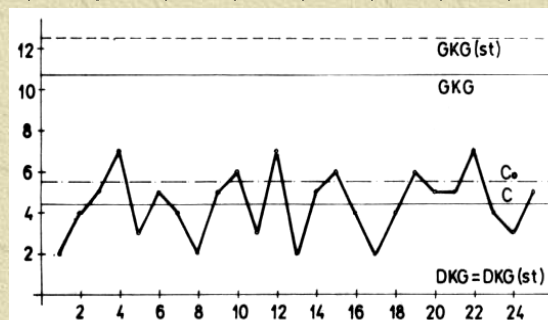
$$C_i = \frac{110}{25} = 4,4$$

5. KONTROLNE KARTE

3. Grafička interpretacija

4. Proračun kontrolnih gramca iz zadatog propisa $u_0 = 1,1$
 $n = 5$

$$C_0 = n \cdot u_0 = 5 \cdot 1,1 = 5,5$$



$$\begin{matrix} G \\ D \end{matrix} KG = C_0 \pm 3\sqrt{C_0} = 5,5 \pm 3\sqrt{5,5} = \begin{matrix} 12,52 \\ -1,55 \rightarrow 0 \end{matrix}$$

5. Zaključak

- Proces je pod kontrolom
- Više tačaka - defekata - ispod centralne linije - kvalitet bolji od prosečnog kvaliteta.
- Kvalitet bolji od zadatog.

5. KONTROLNE KARTE

Primer 5.8. Rezultati kontrole dati su u tabeli.

1. Proračun centralne linije

$$\bar{C} = \frac{1393}{25} = 55,7$$

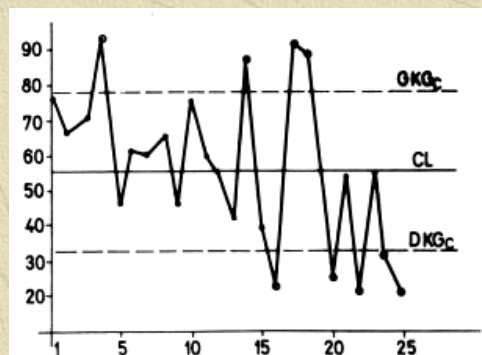
Broj uzorka	Broj defekata po uzorku	Broj uzorka	Broj defekata po uzorku
1	77	14	87
2	64	15	40
3	75	16	22
4	93	17	92
5	45	18	89
6	61	19	55
7	49	20	25
8	65	21	54
9	45	22	22
10	77	23	49
11	59	24	33
12	54	25	20
13	41		
			1393

5. KONTROLNE KARTE

2. Proračun prirodnih kontrolnih granica

$$\begin{aligned} G_{KG} &= 55,7 \pm 3\sqrt{55,7} = 55,7 \pm 3 \cdot 7,5 = 78,2 \\ D_{KG} &= 33,2 \end{aligned}$$

3. Iscrtana karta prikazana na slici.



5. KONTROLNE KARTE

4. Analiza procesa

Proces nije pod kontrolom. Četiri tačke su iznad GKJ, a pet tačaka ispod DKJ.

Ako izostavimo tačke: 4, 14, 16, 17, 18, 20, 22 i 25, za ostale slučajeve će biti:

$$\bar{C} = \frac{943}{17} = 55,5$$

5. Nastavak kontrole

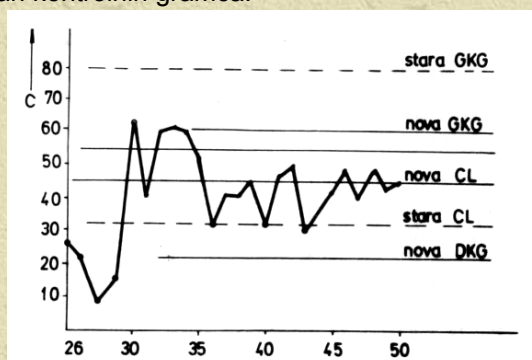
Ova linija je vrlo blizu prethodnoj, pa možemo uzeti istu CL i KG za sledeći posmatrani period proizvodnje. Tada ćemo imati za sledećih 25 pregleda:

Redni br. uzorka	Broj def./uzorku	Redni br. uzorka	Broj def./uzorku
26	26	39	46
27	23	40	32
28	9	41	46
29	15	42	49
30	63	43	31
31	39	44	36
32	58	45	41
33	61	46	49
34	59	47	39
35	51	48	49
36	33	49	43
37	40	50	43
38	40		

5. KONTROLNE KARTE

Zatim ćemo nacrtati novu C-kartu (slika).

Ako sada izračunamo nove kontrolne granice imaćemo izostavljanjem tačaka van kontrolnih granica:



Ove nove granice bolje centriraju proces i one treba da posluže sada za naredni period. Osim samog početka (tačke 27, 28, 29, 30), ovom proizvodnjom možemo biti zadovoljni.

5. KONTROLNE KARTE

5.5.5. ZBIRNA KONTROLNA KARTA

U toku tehnološkog procesa obradak se pomera sa operacije na operaciju, a kontrolni proces prati obradni. Tako se kontrolna karta izradjuje za jednu operaciju, ali ako želimo kartu za ceo proizvodni proces onda se radi *Zbirna kontrolna karta*.

Takodje, kod složenih proizvoda, gde se ispituje veliki broj karakteristika kvaliteta, izradjuje se zbirna ili rezultujuća kontrolna karta, Svaki deo, koji ulazi kao podsistem u sistem koji se ispituje, podvrgava se ocenjivanju kvaliteta pomoću kontrolne karte, a one služe kao osnova za izradu zbirne karte. Rade se kao p-karte ili kao u-karte.

5. KONTROLNE KARTE

Primer 5.9. Na proizvodu se kontrolišu 10 karakteristika kvaliteta u 2 operacije. Posle 10 dana imamo podatke prikazane u tabeli.

Potrebno je izraditi kontrolne karte za svaku operaciju, zbirnu kartu i analizirati proces.

K	Pregledano komada na I operaciji	Odbačeno posle	
		I operacije	II operacije
1	2420	151	125
2	1500	62	52
3	1500	91	74
4	1500	108	71
5	1050	73	51
6	1050	84	72
7	1050	71	55
8	2050	159	120
9	2420	101	115
10	2420	104	106

5. KONTROLNE KARTE

Prva operacija (I): Rezultati posle prve operacije dati su tabelarno.

K	n	pn	p	GKG	DKG
1	2420	151	0,060	0,074	0,044
2	1500	62	0,041	0,078	0,040
3	1500	91	0,060	0,078	0,040
4	1500	108	0,072	0,078	0,040
5	1050	73	0,069	0,081	0,036
6	1050	84	0,080	0,081	0,036
7	1050	71	0,067	0,081	0,036
8	2420	159	0,065	0,074	0,044
9	2420	101	0,041	0,074	0,044
10	2420	104	0,043	0,074	0,044
Σ	16960	1004			

5. KONTROLNE KARTE

1. Izračunavanje centralne linije

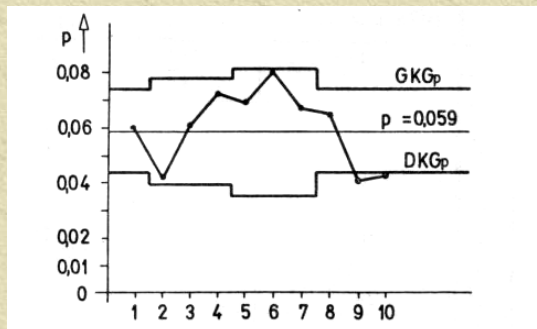
$$\bar{p}_I = \frac{1004}{16960} = 0,059$$

2. Izračunavanje prirodih kontrolnih granica

$$G_{DKG} = 0,059 \pm 3 \sqrt{\frac{0,059}{n_i}}$$

- date u tabeli na predhodnom slajdu.

3. Grafički prikaz kontrolne karte I. operacije dat je na slici.



5. KONTROLNE KARTE

4. Analiza I operacije

Dve tačke (9, 10) su izvan kontrolnih gramca, pa zaključujemo da obradni proces nije pod kontrolom.

• Druga operacija (II)

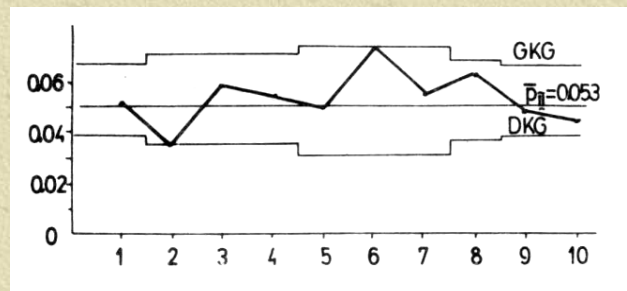
Rezultati posle druge operacije dati su u tabeli

K	n	pn	p	GKG	DKG
1	2269	125	0,055	0,067	0,039
2	1438	52	0,036	0,071	0,035
3	1409	74	0,059	0,071	0,035
4	1392	71	0,055	0,071	0,035
5	997	51	0,051	0,074	0,031
6	966	72	0,074	0,074	0,031
7	979	55	0,056	0,074	0,031
8	1891	120	0,063	0,069	0,037
9	2319	115	0,049	0,067	0,038
10	2316	106	0,045	0,067	0,038
	15976	841			

5. KONTROLNE KARTE

Veličina uzorka II. operacije u svakom posmatranju dobija kada se broj loših delova oduzme od uzorka u I. operaciji, za posmatram redosled uzorka.

1. Izračunavanje centralne linije
2. GKG i DKG date su u tabeli.
3. Grafička Interpretacija data je na slici.



5. KONTROLNE KARTE

4. Analiza II operacije

Druga operacija je pod kontrolom

- Zbirna kontrolna karta

Zbirni rezultati se dobijaju kada se odbace sume loših komada sa obe operacije i dati su u tabeli.

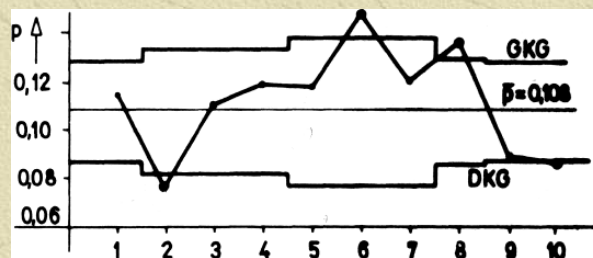
K	n	pn	p	GKG	DKG
1	2420	276	0.114	0.128	0.087
2	1500	114	0.076	0.133	0.082
3	1500	165	0.110	0.133	0.082
4	1500	179	0.119	0.133	0.082
5	1050	124	0.118	0.138	0.077
6	1050	156	0.148	0.138	0.077
7	1050	126	0.120	0.138	0.077
8	2420	279	0.136	0.129	0.086
9	2420	216	0.089	0.128	0.087
10	2420	210	0.086	0.128	0.087
	16960	1845			

5. KONTROLNE KARTE

1. Proračun centralne linije $\bar{p} = \frac{1845}{16960} = 0,108$

2. Kontrolne granice su date tabelarno (jer je $n \neq const.$).

3. Zbirna karta data je na slici.



4. Zaključak

U zbirnoj karti četiri tačke izlaze iz kontrolnih granica. Pogotovo su interesantne za analizu tačke sa procentom loših iznad GKG (tačke 6, 8). Zaključujemo da proces nije pod kontrolom.